CONTROLLI AUTOMATICI

Studio proprietà e comportamenti di sistemi dinamici

↓

Sistemi fisici che rispondono ad un'azione (ingresso) con una reazione (uscita) descritti da equazioni differenziali

↓ Al fine di

Modificare il comportamento del sistema.

↓

L'evoluzione dinamica del sistema deve seguire dei requisiti indipendentemente dalla fisica del sistema.

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

Forze esterne → (Sistema Fisico)

Faccio evolvere il sistema e questa evoluzione è misurabile.

Voglio poter scegliere il comportamento del sistema.

ES: $x(0)=0$

$x(t)=\sin 4t$

$m=3kg$

"L'ingresso del sistema di controllo è calcolato sulla base delle caratteristiche note"

Come posso avere l'evoluzione nel tempo della forza?

$\dot{x}=4\cos 4t$

$\ddot{x}=-16\sin 4t$

$\Sigma F=m\ddot{x}$

$F(t)=-m\cdot 16\sin 4t$

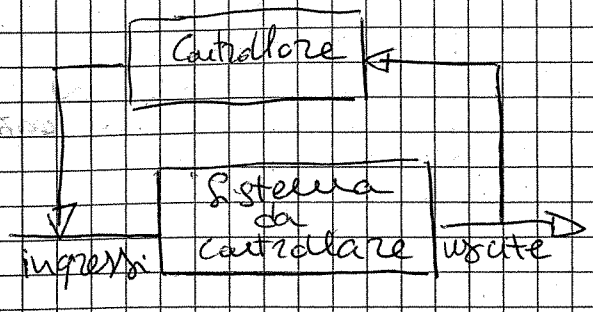
In questo caso dipende dalla massa mentre il controllo deve essere indipendente dalla fisica del sistema.

Sistemi di controllo automatici a feedback (retroazione)

ANELLO di FEEDBACK: modulazione forze ← elaborazione ← (Sistema → osservazione)

Posso così controllare il sistema indipendentemente dai parametri fisici.

Cerco di avere una descrizione comune a più sistemi possibili

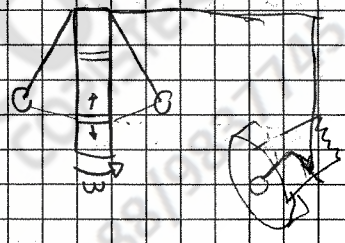


Con il sistema di controllo a feedback tengo conto dei risultati del sistema per modificare le caratteristiche del sistema stesso.

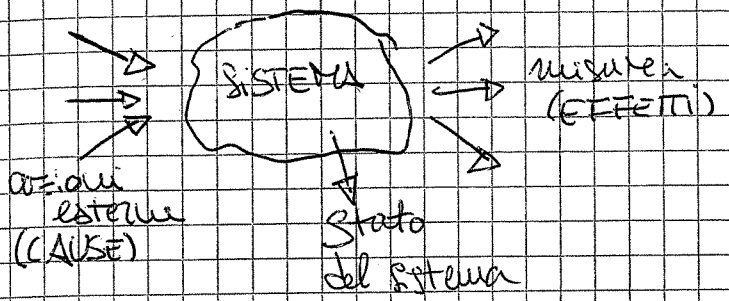
In un controllo a feedback il valore della variabile in uscita dal sistema viene letto dal controllore che agisce modificando l'ingresso del sistema.

Regolatore a palle rotanti (regolatore centrifugo)

È costituito da due masse ~~rotanti~~ poste in rotazione su un albero rotante. Per effetto della forza centrifuga le masse tendono ad allontanarsi dall'asse ma il loro allontanamento è contrastato da un sistema di molle e dalla forza di gravità. Un sistema di leve trasforma questo spostamento radiale nello scorrimento assiale di un collare. Una leva rileva questo spostamento per trasferirlo all'organo da controllare che può essere una valvola di regolazione. In questo modo si agisce in feedback negativo su una valvola di regolazione per mantenere costante la velocità.



Sistemi dinamici



Un sistema è un ente che risponde ad una azione, esercitata tramite un ingresso, con una reazione, detta uscita.

Per descrivere questo passaggio causa effetto posso scrivere delle equazioni che mettono in relazione cause ($\underline{u}(t) \in \underline{U} \subseteq \mathbb{R}^m$) ed effetti ($\underline{y}(t) \in \underline{Y} \subseteq \mathbb{R}^p$)

($\underline{U}$: spazio degli ingressi; $\underline{Y}$: spazio delle uscite)

FACTO
MASTER COPY
Tel. 388/9837745

$$\underline{y}^{(n)} = F(\underline{Y}^{n-1}, \underline{Y}^{n-2}, \dots, \underline{Y}, \underline{u}(t), t)$$

$\ddot{y} = \frac{1}{m} f(t)$ forza esterna che è uguale la causa

Per poter risolvere questa equazione mi servono due condizioni iniziali: velocità e posizione.

In generale l'uscita di un sistema dinamico non dipende solo dall'ingresso ma anche dalle condizioni iniziali, dallo stato.

Si dice stato di un sistema l'insieme di informazioni necessarie al tempo t_0 per predire l'uscita futura del sistema una volta noto l'ingresso $u(t)$ per tutti i $t \geq t_0$.

$\ddot{y} = \frac{1}{m} u(t)$ condizioni iniziali a t_0: - posizione $x_1(t)$
- velocità $x_2(t)$

$\underline{X}(t) = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ vettore di stato

$\dot{x}_2 = \frac{1}{m} u(t)$

$\dot{x}_1 = x_2$

$\dot{\underline{X}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{X} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} u(t)$ equazione che regola lo stato

$y = [1 \; 0] \, \underline{X}$ equazione di uscita

STATO: $\underline{x}(t)$ $\underline{x}(t) \in X \subseteq \mathbb{R}^n$

(X: spazio dello stato)

$\dot{\underline{x}} = G(\underline{x}, \underline{x}_0, \underline{u}(t), t_0)$; equazione di stato (differenziale)

$\underline{y} = H(\underline{x}, t, \underline{u}(t))$ equazione di uscita (algebrica)

MASTER COPY

Tel. 388/9837745

Sistema stazionario (a tempo invariante)

L'evoluzione libera del sistema, a parità di ingresso e di condizioni iniziali non dipende dal tempo e dall'istante iniziale.

H e G non dipendono esplicitamente da t.

$\dot{\underline{x}} = G(\underline{x}(t), \underline{u}(t))$ $\underline{y} = H(\underline{x}(t), \underline{u}(t))$

Un sistema è lineare se G e H sono lineari, se $\dot{\underline{x}}$ e $\underline{y}$ sono combinazioni lineari delle componenti di $\underline{x}$ e $\underline{u}$. Deve valere il principio di sovrapposizione degli effetti:

- sia $\underline{x}_1(t)$ l'evoluzione dello stato a partire da condizioni iniziali x_{10} al tempo t_0 con ingresso $\underline{u}_1(t)$ per $t \geq t_0$.
- sia $\underline{x}_2(t)$ l'evoluzione dello stato a partire da condizioni iniziali x_{20} al tempo t_0 con ingresso $\underline{u}_2(t)$ per $t \geq t_0$.

Allora l'evoluzione $\underline{x}(t)$ dello stato a partire da condizioni iniziali $x_{10} + x_{20}$ con ingresso $\underline{u}(t) = \underline{u}_1(t) + \underline{u}_2(t)$ è pari a $\underline{x}(t) = \underline{x}_1(t) + \underline{x}_2(t)$

FORMA STANDARD DELLE EQUAZIONI DI STATO E DI USCITA PER SISTEMI LINEARI TEMPO INVARIANTI (LTI)

$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u}$ — $\underline{x}$: vettore di stato; $\underline{u}$: vettore degli ingressi

$\underline{y} = C\underline{x} + D\underline{u}$

$\underline{x} \in \mathbb{R}^n$

$\underline{u} \in \mathbb{R}^m$

$\underline{y} \in \mathbb{R}^l$

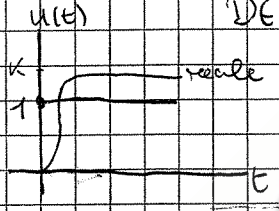
$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$

$B \in \mathbb{R}^{n \times m}$

$C \in \mathbb{R}^{p \times n}$

$D \in \mathbb{R}^{p \times m}$

$u \rightarrow y = Ku$



Non esistono amplificatori reali che seguono la forma standard ma ci semplifichiamo la vita.

Se $D = 0$ il sistema è strettamente proprio

$D \neq 0$ il sistema è proprio

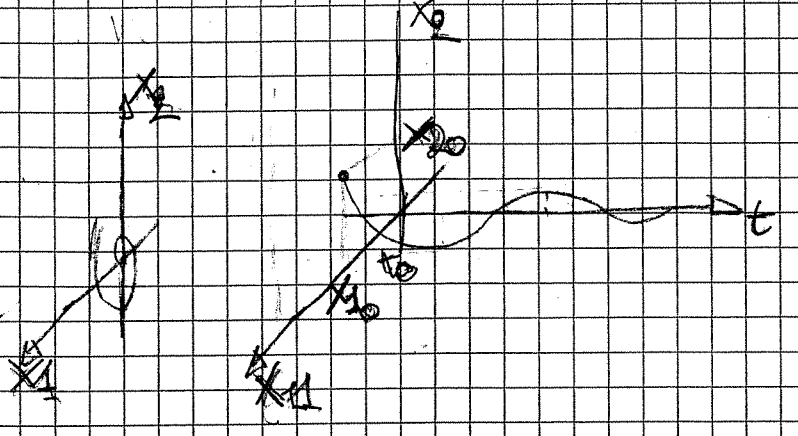
MASTER COPY

Tel. 388/9837745

EQUAZIONI DI STATO DEL UN SISTEMA STAZIONARIO NON LINEARE

$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{u}(t))$ $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$ Fissiamo $\underline{u}(t)$ e le condizioni iniziali

Si dice movimento del sistema la curva costituita dall'insieme dei punti $(\underline{x}(t), t) \in \mathbb{R}^{n+1}$



Questa curva descrive lo stato in funzione del tempo e si chiama MOVIMENTO

La proiezione del movimento sullo spazio degli stati si chiama TRAIETTORIA.